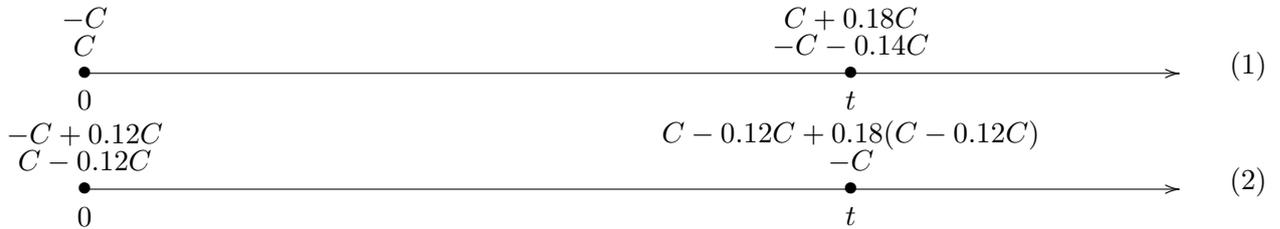


Matematica finanziaria: esercizi del libro

Esercizio svolto a pagina 10. Allo scopo di investire al 18%, si decide di contrarre un prestito di ammontare C . Scegliere se conviene:

1. pagare gli interessi posticipatamente al 14%;
2. pagare gli interessi anticipatamente al 12%;

Svolgimento. Si tratta di scegliere tra le seguenti due operazioni finanziarie:



L'operazione 1 consiste nel prendere in prestito C e pagare alla fine del periodo t del prestito¹ gli interessi $0.14C$ e l'ammontare C del prestito (prima riga di 1) e investire C al 18%, ricavando alla fine $C + 0.18C$ (seconda riga di 1).

L'operazione 2 consiste nel prendere in prestito C e pagare al tempo 0 gli interessi $0.12C$ (e dunque si prende in prestito solo $C - 0.12C$) e l'ammontare C del prestito al tempo t (prima riga di 2) e investire $C - 0.12C$ (l'ammontare effettivo del prestito, non abbiamo altri soldi da investire) al 18%, ricavando alla fine $C - 0.12C + 0.18(C - 0.12C)$ (seconda riga di 2).

Dovendo confrontare due operazioni finanziarie, dobbiamo scegliere il criterio (REA o TIR), ma essendo questo esercizio a pagina 10 del libro l'unico criterio che si conosce è quello intuitivo del REA. Notare che il dato di poter investire al 18% si traduce, nel linguaggio del REA, nell'avere un tasso di valutazione del 18%.

Visto che le due operazioni sono finanziariamente equivalenti (in entrambi i casi impiego 0 al tempo 0), confrontare i REA (valori attuali al tempo 0) equivale a confrontare i montanti (valori attuali al tempo t), e questo è quello che viene fatto nel libro. Risultata:

$$M_1 = -C - 0.14C + C + 0.18C = 0.04C$$

$$M_2 = -C + C - 0.12C + 0.18(C - 0.12C) = (-0.12 + 0.18 - 0.18 \cdot 0.12)C = 0.0384C$$

ed essendo $0.4 > 0.0384$ risulta più conveniente l'operazione 1.

Infine il libro fa notare che nonostante il 14% posticipato corrisponda al 12.28% anticipato, questo non permette di concludere che conviene l'operazione 2, e questo a causa del fatto che l'ambiente di investimento vive a un tasso del 18%, e non del 14%. ■

Esercizio 7 a pagina 15. Allo scopo di investire ad un tasso incognito i , si decide di contrarre un prestito di ammontare C . Si può scegliere tra:

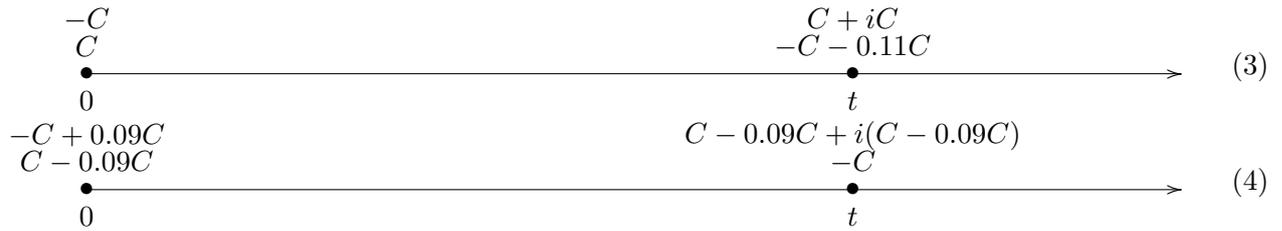
1. pagare gli interessi posticipatamente all'11%;
2. pagare gli interessi anticipatamente al 9%;

quanto deve rendere l'investimento (cioè, quanto deve essere i) affinché le due scelte risultino equivalenti?

¹Notare che t è irrilevante ai fini dei conti, in quanto tutti i tassi sono periodali rispetto a t . Per sentirsi più a proprio agio, al posto di t si può mettere 1.

Svolgimento. Come l'esercizio di prima. L'unica differenza in questo caso è che i montanti finali M_1 e M_2 conterranno i . La domanda "quanto deve essere i affinché le due scelte risultino equivalenti?" suggerisce l'equazione $M_1 = M_2$ che risolve il problema.

In dettaglio. Le operazioni finanziarie sono:



e i montanti vengono:

$$M_1 = -C - 0.11C + C + iC = C(i - 0.11)$$

$$M_2 = -C + C - 0.09C + i(C - 0.09C) = C(-0.09 + i - i \cdot 0.09)$$

L'equazione che risolve il problema è allora:

$$C(i - 0.11) = C(-0.09 + i - i \cdot 0.09)$$

la cui soluzione è

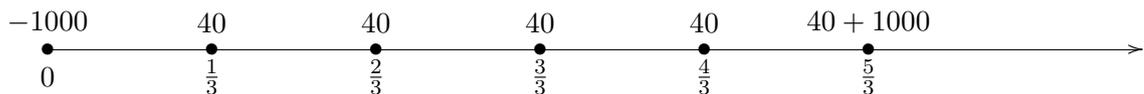
$$i = 0.02/0.09 = 2/9 = 0.\bar{2}$$

■

Esercizio 28 a pagina 63. Si investono 1000€ per 20 mesi, al tasso del 12% nominale annuo pagabile ogni 4 mesi. Supponendo di investire eventuali ricavi intermedi al tasso annuo del 10%, calcolare il montante.

Svolgimento. Investire al 12% nominale annuo pagabile ogni 4 mesi significa ricevere ogni 4 mesi una cedola C , e la somma di queste cedole su un anno è il 12% del capitale investito. Alla fine del periodo di investimento ci verrà inoltre restituito il capitale iniziale (gli interessi sono già stati pagati con le cedole).

Nel nostro caso, abbiamo che la somma $3C$ di 3 cedole deve essere uguale al 12% di 1000€, cioè $3C = 120$, da cui $C = 40$. Considerando che la durata dell'investimento espressa in anni è $5/3$, siamo allora nella seguente situazione:



Se non investissimo i ricavi intermedi, alla fine del periodo avremmo 5 cedole più il capitale iniziale, cioè $5 \cdot 40 + 1000 = 1200$. Ma il testo dice che i ricavi intermedi vanno reinvestiti al 10% annuo, quindi la prima cedola (che sarà investita per $4/3$ di anno) ci fornirà alla fine del periodo un ulteriore ricavo di $40 \cdot (1 + 0.1)^{4/3}$, la seconda cedola ci fornirà un ulteriore ricavo di $40 \cdot (1 + 0.1)^{3/3}$, e così via². La nostra operazione finanziaria diventa allora:



e il montante finale è

$$\begin{aligned} M &= 40 + 1000 + 40(1.1^{\frac{4}{3}} + 1.1^{\frac{3}{3}} + 1.1^{\frac{2}{3}} + 1.1^{\frac{1}{3}}) \\ &= 1040 + 40 \cdot 1.1^{1/3}((1.1^{1/3})^3 + (1.1^{1/3})^2 + (1.1^{1/3})^1 + 1) \\ &= 1040 + 40 \cdot \frac{(1.1^{1/3})^4 - 1}{(1.1^{1/3}) - 1} \cdot 1.1^{\frac{1}{3}} = 1213.34. \end{aligned}$$

■

²Se si preferisce, si può pensare al montante di una rendita di durata 5. In tal caso, però, occorre calcolare il tasso quadrimestrale equivalente al 10% annuo.

Esercizio 29 a pagina 63. Si investono 2500€ per 2 anni, al tasso del 10% nominale annuo pagabile ogni 6 mesi. Supponendo di investire eventuali ricavi intermedi al tasso quadrimestrale del 3%, calcolare il montante.

Svolgimento. Come l'esercizio precedente, ma con la difficoltà aggiuntiva che il tasso di reinvestimento è quadrimestrale. In questo caso, suggerisco di misurare il tempo in quadrimestri, allo scopo di evitare il calcolo dei tassi equivalenti³.

Le cedole vengono rimosse ogni 6 mesi, e la somma su un anno è il 10% di 2500, cioè 250. Dunque ogni cedola è di 125€. Considerando che 6 mesi equivalgono a 1.5 quadrimestri, ci troviamo nella seguente situazione:



e il montante finale è

$$M = 125 + 2500 + 125(1.03^{4.5} + 1.03^3 + 1.03^{1.5}) = 3035.04.$$

■

³Ma ovviamente l'esercizio può essere svolto anche usando i tassi equivalenti.